астрономических объектов можно принять за начало координат, а остальные три объекта использовать для фиксирования направлений координатных осей.

При изучении движения тел мы будем сначала предполагать, что движение отнесено к инерциальной системе отсчета. После этого в гл. IX мы изучим, как изменится форма законов движения, когда оно рассматривается относительно неинерциальных систем отсчета.

§ 10. Масса. Закон сохранения импульса

1. Всякое тело оказывает сопротивление при попытках привести его в движение или изменить величину или направление его скорости. Это свойство тел называется *инертностью*. У разных тел оно проявляется в разной степени. Так, сообщить одно и то же ускорение большому камню значительно труднее, чем маленькому мячику. *Мера инертности тела называется массой.*

Для точного количественного определения массы введем понятие *изолированной* или *замкнутой системы*. Так называют систему тел, настолько удаленных от всех остальных тел, что они практически не оказывают никакого действия на рассматриваемую систему. Тела системы могут взаимодействовать только между собой. Рассмотрим теперь изолированную систему, состоящую из двух материальных точек. Скорости точек должны быть малы по сравнению со скоростью света. В результате взаимодействия материальных точек их скорости меняются. Пусть $\boldsymbol{v}_1$ — скорость точки *1*, $\boldsymbol{v}_2$ — скорость точки *2*, а $\Delta\boldsymbol{v}_1$ и $\Delta\boldsymbol{v}_2$ — приращения этих скоростей за один и тот же промежуток времени Δt. Величины $\Delta\boldsymbol{v}_1$ и $\Delta\boldsymbol{v}_2$ имеют противоположные направления и связаны между собой соотношением

$$m_1 \Delta\boldsymbol{v}_1 = -m_2 \Delta\boldsymbol{v}_2, \tag{10.1}$$

где величины m_1 и m_2 постоянны и имеют одинаковые знаки. Они совершенно не зависят от характера взаимодействия между материальными точками *1* и *2*. Например, взаимодействие может происходить путем столкновения материальных точек между собой. Его можно осуществить, сообщив материальным точкам электрические заряды или поместив между ними маленькую пружинку и т. д. Продолжительность времени Δt можно менять произвольным образом. Векторы $\Delta\boldsymbol{v}_1$ и $\Delta\boldsymbol{v}_2$ при этом будут меняться. Однако коэффициенты m_1 и m_2, точнее, их отношение, останутся одними и теми же. Эти результаты надо рассматривать как *опытные факты*, подтвержденные бесчисленным множеством примеров. Коэффициенты m_1 и m_2 могут зависеть только от *самих материальных точек системы*. Они называются *массами* или, точнее, *инертными массами* материальных точек *1* и *2*.

Таким образом, по определению, *отношение масс двух материальных точек равно взятому с противоположным знаком отношению* *приращений скоростей этих точек в результате взаимодействия между ними.* При этом предполагается, что рассматриваемые точки образуют изолированную систему и движутся с нерелятивистскими скоростями.

2. Чтобы от отношения масс перейти к самим массам, надо условиться массу какого-либо определенного тела считать равной единице. Такое тело называется *эталоном массы.* Тогда массы всех остальных тел определятся однозначно. В частности, все они окажутся *положительными,* так как знаки всех масс одинаковы, а масса эталонного тела положительна. В физике в качестве основной единицы массы принят *килограмм.* Килограмм есть масса эталонной гири из сплава иридия с платиной, хранящейся в Севре (Франция) в Международном бюро мер и весов. Приближенно килограмм равен массе кубического дециметра чистой воды при температуре 4 °С. Тысячная доля килограмма называется *граммом.* В отличие от длины и времени, для которых установлены *естественные единицы,* единица массы определена, таким образом, как масса некоторого случайно выбранного тела. И для массы было бы лучше установить естественную единицу. Можно было бы основным эталоном массы считать массу какой-либо элементарной частицы, например, протона.

Отметим еще одно существенное обстоятельство, являющееся также результатом опыта. Отношение m_2/m_1 можно найти не только путем непосредственного сравнения масс рассматриваемых тел, но и следующим косвенным способом. Сначала измеряются отношения масс обоих тел к массе третьего тела, а затем эти отношения делятся одно на другое. Результат не зависит от массы третьего тела и совпадает с отношением m_2/m_1, полученным непосредственным сравнением масс m_1 и m_2.

Если соотношение (10.1) поделить на время взаимодействия Δt, то получится

$$m_1 \boldsymbol{a}_{1\text{ср}} = -m_2 \boldsymbol{a}_{2\text{ср}}, \tag{10.2}$$

а после перехода к пределу

$$m_1 \boldsymbol{a}_1 = -m_2 \boldsymbol{a}_2. \tag{10.3}$$

Этими соотношениями нахождение отношения масс двух тел сводится к сравнению *средних* или *истинных ускорений,* развивающихся во время их взаимодействия.

3. Придадим соотношению (10.1) другую форму. Пусть $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$ — скорости тел до взаимодействия, $\boldsymbol{v}_1'$ и $\boldsymbol{v}_2'$ — после взаимодействия. Тогда $\Delta \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{v}_1' - \boldsymbol{v}_1$, $\Delta \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{v}_2' - \boldsymbol{v}_2$. Подставляя эти выражения в (10.1), получим

$$m_1 \boldsymbol{v}_1 + m_2 \boldsymbol{v}_2 = m_1 \boldsymbol{v}_1' + m_2 \boldsymbol{v}_2'. \tag{10.4}$$

Назовем *импульсом* или *количеством движения материальной точки* вектор, равный произведению массы точки на ее скорость:

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}. \tag{10.5}$$

Импульсом или *количеством движения системы материальных точек* назовем векторную сумму импульсов отдельных материальных точек, из которых эта система состоит. Для системы из двух материальных точек $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2$. Равенству (10.4) можно придать вид

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}', \tag{10.6}$$

где $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2$, $\boldsymbol{p}' = \boldsymbol{p}_1' + \boldsymbol{p}_2'$ — импульсы системы до и после взаимодействия. Таким образом, *импульс изолированной системы двух материальных точек сохраняется, т. е. остается постоянным во времени, каково бы ни было взаимодействие между ними.* Это положение называется *законом сохранения импульса.* Оно является результатом опыта и введенного выше определения массы. То обстоятельство, что для величины $m\boldsymbol{v}$ имеет место «закон сохранения», и делает целесообразным дать этой величине специальное название и ввести для нее особое обозначение. Таким свойством не обладает, например, величина $m^2\boldsymbol{v}$, а потому она не играет никакой роли в механике. В дальнейшем закон сохранения импульса будет распространен на изолированные системы, состоящие из какого угодно числа материальных точек.

4. Закон сохранения импульса в приведенной выше форме есть закон нерелятивистской механики. Он справедлив только для медленных движений. В релятивистской механике этот закон обобщается на случай быстрых движений. Это обобщение будет подробно рассмотрено при изложении теории относительности. Сейчас же ограничимся предварительным сообщением основного результата. В релятивистской механике импульс частицы также определяется выражением (10.5), однако масса m зависит от скорости согласно формуле

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{10.7}$$

Здесь m_0 — постоянная для данной частицы величина, называемая ее *массой покоя.* Она совпадает с массой, рассматриваемой в нерелятивистской механике. Величина m, определяемая выражением (10.7), называется *массой движения* или *релятивистской массой.* Таким образом, в релятивистской механике закон сохранения импульса изолированной системы, состоящей из двух взаимодействующих частиц с массами покоя m_{01} и m_{02}, математически формулируется следующим образом:

$$\frac{m_{01}\boldsymbol{v}_1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} + \frac{m_{02}\boldsymbol{v}_2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} = \frac{m_{01}\boldsymbol{v}_1'}{\sqrt{1-\frac{v_1'^2}{c^2}}} + \frac{m_{02}\boldsymbol{v}_2'}{\sqrt{1-\frac{v_2'^2}{c^2}}}. \tag{10.8}$$

Для медленных движений, когда $v^2/c^2 \ll 1$, зависимостью массы от скорости можно пренебречь, полагая $m = m_0$. Тогда релятивистская механика переходит в нерелятивистскую как в свой предельный приближенный случай. Чтобы составить представление о величине ошибки, которая делается при таком пренебрежении, рассмотрим космический корабль, движущийся со скоростью $v = 8$ км/с. В этом случае $\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{8}{300\,000}\right)^2 \approx 7 \cdot 10^{-10}$. Если масса космического корабля $m = 5$ т $= 5 \cdot 10^6$ г, то релятивистская масса m будет превышать массу покоя всего на $m - m_0 = 3{,}5 \cdot 10^{-3}$ г. При всех расчетах движений космического корабля такой поправкой не только можно, но и нужно пренебречь, хотя бы потому, что входные данные, необходимые для расчетов, не могут быть измерены с такой высокой точностью.

§ 11. Второй закон Ньютона. Сила

1. Описание движения в конце концов сводится к нахождению координат материальных точек механической системы как функций времени. Однако таким путем трудно подметить общие закономерности движения. Для этой цели надо обратиться к дифференциальным уравнениям, в которые наряду с координатами и скоростями входят производные импульсов по времени (или, в нерелятивистской механике, ускорения).

Если материальная точка не изолирована, то из-за взаимодействия с окружающими телами ее импульс не сохраняется. Поэтому естественно за меру интенсивности взаимодействия принять производную импульса по времени $\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \dot{\boldsymbol{p}}$. *Одним из фундаментальных обобщений классической механики является установление того факта, что производная* $\dot{\boldsymbol{p}}$ *определяется положением рассматриваемой материальной точки относительно окружающих ее тел, а иногда также и ее скоростью.* Она является функцией радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$ и скорости $\boldsymbol{v}$ материальной точки и может зависеть также от координат и скоростей окружающих материальных точек как от параметров. Обозначим эту функцию $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v})$. Тогда

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{F}. \tag{11.1}$$

Функция координат и скорости материальной точки $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v})$, определяющая производную ее импульса по времени, называется *силой* *).

*) Используя принцип относительности и однородность пространства, можно показать, что сила $\boldsymbol{F}$ зависит не от самих координат и скоростей, а только от *разностей координат* и *разностей скоростей* рассматриваемой материальной точки и точек, с которыми она взаимодействует (см. задачу 3 к § 38). Однако для ближайших целей это уточнение нам не понадобится.