

ной составной частью многих разделов современной механики: теории удара, теории колебаний, динамики системы точек и тел, внешней и внутренней баллистики, гидродинамики, теории (динамики) корабля<sup>1</sup>. Особо следует отметить вклад И. Бернулли в формирование современного понятия кинетической энергии — одной из основных мер движения в теоретической механике. И Лейбниц, и Бернулли, раскрывая физический смысл живой силы ( $mv^2$ ), подчеркивали, что она может быть причиной возникновения движущей (по их терминологии «мертвой») силы, то есть силы реальной, физической, как меры взаимодействия тел. Понятие живой силы позволило им дать импульс для формирования нового, отличного от ньютоновского, направления развития механики на основе принципа сохранения живых сил.

### 3.6. Д. Бернулли и принцип сохранения живых сил

Последовательным сторонником принципа сохранения живых сил, внесшим значительный вклад в раскрытие его физической сущности, стал следующий представитель рода Бернулли, выдающийся сын выдающегося отца (И. Бернулли) — Даниил Бернулли.

Творческий путь Д. Бернулли был очень разнообразен по научной тематике (математика, классическая механика, физиология, астрономия, физика, гидродинамика, теория упругости) и плодотворен. Как и для его дяди, отца, старшего брата Николая<sup>2</sup>, стимулом для его творчества было решение практических, актуальных для начала XVIII в. научных задач. Эти задачи, отличные от задач предыдущих столетий, были интересны и по своей сути, и по перспективам практических при-

---

<sup>1</sup>В 1714 г. И. Бернулли издал в Базеле трактат «Новая теория управления кораблями» [139]. Книга посвящена изучению движения парусного судна под действием силы ветра с учетом силы сопротивления воды. Рассматривается движение тела (корабля) прямоугольной, ромбовидной, круглой или овальной формы в воде, сопротивление которой пропорционально квадрату скорости тела, под действием постоянной силы (ветра). Решаются задачи определения углов ориентации паруса и киля, дающих наибольшую движущую силу; определения траектории и скорости судна, формы паруса (решение — цепная линия). За четверть века до Бернулли, в 1689 г., книгу с похожим названием («Теория управления кораблями» [272]) издал Б. Рено. Критические замечания к этой работе Гюйгенса и Лопиталья и заставили Бернулли предложить свою теорию.

<sup>2</sup>Н. Бернулли — один из первых академиков Петербургской академии наук, профессор кафедры математики, возглавляемой Я. Германном. Профессором той же кафедры был известный академик Христиан Гольдбах — первый конференц-секретарь и советник академии.

менений, и по методам их решения, главным из которых стал аппарат нового математического анализа, который и создавался в процессе решения этих задач. Математическая модель задачи строилась на основании определенного принципа механики. Для Д. Бернулли таковым принципом стал принцип сохранения живых сил, в популяризацию которого он внес чрезвычайно важный вклад.

В статье «Исследование принципов механики и геометрические доказательства относительно сложения и разложения сил» (Комментарии Петербургской академии наук, 1726) Д. Бернулли рассматривает основные идеи и исходные принципы механики Ньютона и Вариньона. Он показывает, что закон сохранения количества движения ( $\sum mv = \text{const}$ ) аналогичен интегралу  $\int p dt = \text{const}$  второго закона Ньютона ( $p$  — давление, сила), называемому им «механическим началом». Аналогичным образом, после преобразования закона Ньютона к виду  $v dv = p dx$ , он установил, что  $\frac{v^2}{2} = \int p dx$ , то есть математическое выражение закона сохранения живых сил эквивалентно интегралу  $\int p dx = \text{const}$ . Таким образом была установлена формальная связь между законами Декарта, Ньютона и Лейбница, служащая основательным подтверждением их истинности и устанавливающая соотношение между дифференциальными и интегральными принципами и сферами их применения. Однако суть этого соответствия была осознана только в следующем столетии.

Для ученых конца XVII — начала XVIII вв. привычными были принципы, выражающие сохранение той или иной величины. Такие принципы отражали единство, стабильность Мира и его Создателя. Они были более созвучны массовому сознанию. Философский же принцип соответствия причины и следствия, математическим и физическим выражением которого был второй закон Ньютона, многим казался недостаточно основательным. Об этом пишет и Д. Бернулли, считающий, что закон Ньютона получен из опытного изучения Галилеем падения тяжелых тел и не имеет всеобщего значения для любых видов движений и действующих сил. «Мы не знаем природы причины и способа ее действия, и потому не можем знать, действительно ли действие пропорционально своей причине, или же оно пропорционально какой-нибудь степени, или вообще какой-нибудь функции от своей причины», — пишет Д. Бернулли [26, с. 72].

Убедить ученый мир в полезности понятия живой силы и основополагающем характере соответствующего принципа можно было только эффективным решением уже известных и новых задач и доказатель-



Даниил Бернулли

твом непротиворечивости этого принципа общепринятым принципам механики. Именно по этому пути и пошли И. и Д. Бернулли. Использование ими принципа сохранения живых сил для решения задач удара, баллистики, физического маятника показало его эффективность как метода решения.

В «Исследованиях принципов механики . . . » Д. Бернулли касается еще одного важного принципа классической механики — правила сложения сил. После работ Ньютона и Вариньона, когда механика окончательно стала не философской, а математической наукой, построение законченной теории движения или равновесия тел без этого правила было невозможно. Это обстоятельство еще долго (до появления понятия силы как вектора) вынуждало многих ученых<sup>1</sup> приводить свои собственные, как сейчас понятно — обреченные на неуспех, доказательства правила параллелограмма. И доказательство Д. Бернулли долгое время считалось наиболее убедительным<sup>2</sup>.

Самым убедительным доказательством истинности принципа живых сил оказалось построение Д. Бернулли на его основе *теории о силах и движениях жидкостей*. Даже названием своей теории и посвященной ей основополагающей работы — «Гидродинамика»<sup>3</sup>, — изданной в Страсбурге в 1738 г., Даниил подчеркивал преемственность динамических идей Лейбница. «Действительно, мне кажется, что во всем учении Лейбница о живых силах нет ничего такого, с чем не согласились бы все, хотя каждый и выражается по-своему, . . . » [5, с. 29]. Но, апеллируя к Лейбницу, Д. Бернулли не забывает отметить, что свою теорию строит на прочном фундаменте общепринятых понятий и принципов: « . . . я принимаю в механике только то, что принято всеми и, в том числе, Галилеем, когда он установил, что приращения скоростей пропорциональны давлениям и элементам времени»<sup>4</sup>. Анализ этой книги, написанной Д. Бернулли в петербургский период его жизни<sup>5</sup>, выходит за рамки данной работы, поэтому остановимся только на некоторых ее фрагментах.

<sup>1</sup> Даламбер, Боссю, Монж, Л. Карно, Пуансо, Лаплас, Пуассон, Дарбу, Остроградский, Чебышев, Жуковский, Фридман.

<sup>2</sup> Более подробно в [99].

<sup>3</sup> Термин «гидродинамика» введен в механику Д. Бернулли.

<sup>4</sup> По мнению А. И. Некрасова, «последняя фраза описывает формулу  $\Delta v = \frac{F}{m} \Delta t$ » [5, с. 511].

<sup>5</sup> «Я охотно объявляю, что главнейшая часть этой работы обязана руководству, замыслам и поддержке со стороны Петербургской Академии наук» — пишет он в Предисловии к книге [5].

В первой, вступительной части «Гидродинамики» называются имена предшественников автора (Архимед, Кастелли, Торричелли, Борелли, Паскаль, Бойль, Мариотт<sup>1</sup>, Ньютон, Вариньон, Германн, Я. и И. Бернулли), приводится краткая характеристика их вклада и содержания всей книги, формулируются основные гипотезы и понятия. «Важнейшим началом, — пишет Д. Бернулли, — является сохранение живых сил, или, как я выражаюсь, равенство между действительным опусканием и потенциальным подъемом» [5, с. 27]. Понятия «действительного опускания» и «потенциального подъема» автор поясняет следующим образом: «... потенциальный подъем системы, каждая из частей которой движется с любой скоростью, обозначает вертикальную высоту, которой достигает центр тяжести указанной системы, если представить себе, что каждая из ее частиц при обращенном вверх движении поднимется, насколько она может под влиянием собственной скорости, а действительное снижение обозначает вертикальную высоту, на которую снижается центр тяжести после того, как каждая из частиц пришла в состояние покоя» [5, с. 54].

Комментируя свою формулировку принципа сохранения живых сил, Д. Бернулли подчеркивает: «Поразительно, до какой степени полезно это положение в механической философии, на что правильно обратил внимание именно мой отец, указавший на него в различных работах, а впервые — в изданной в Париже диссертации «О законах движения...» [5, с. 28]. Суть же принципа сохранения, который Д. Бернулли связывает с именами Галилея, Гюйгенса и Лейбница, состоит в том, что «если любое количество весоных тел начинает двигаться произвольно под действием силы своей тяжести, то скорости отдельных тел повсюду будут таковы, что сумма их квадратов, умноженных на соответствующие массы, будет пропорциональна вертикальной высоте, на которую снизится общий центр тяжести этих тел, умноженной на массы всех тел» [5, с. 28].

Понятие «движущая сила» у Д. Бернулли вполне традиционно. Оно используется им для определения понятия «абсолютной мощнос-

---

<sup>1</sup>Значительное влияние на формирование научных интересов Д. Бернулли оказала книга Э. Мариотта «Трактат о движении вод и жидких тел» [246]. В книге анализируются природные свойства жидкости, обсуждается сущность упругости и причина ветров, рассматриваются различные случаи равновесия жидкостей под действием их веса, упругого сжатия и удара, проблемы измерения текущей воды, исследуются траектории струй жидкости различной геометрии, приводится большое количество опытных материалов, важных для практических применений.

ти»: «Произведение же, получающееся от умножения этой движущейся силы на ее скорость, а также на время, в течение которого она развивает свое давление, я буду называть абсолютной мощностью, а так как произведение скорости на время прямо пропорционально просто пройденному пути, то абсолютную мощь можно будет также определить с помощью движущей силы, умноженной на пробегаемое ею расстояние» [5, с. 232]. Очевидно, что «абсолютная мощность» если и отличается от современного понятия работы силы, то только знаком. Иными словами, абсолютная величина нынешней работы силы совпадает с «абсолютной мощностью» Д. Бернулли.

И еще два понятия — «потенциальная живая сила» и «действительная живая сила», близкие к современным понятиям потенциальной и кинетической энергии, — были использованы Д. Бернулли. Потенциальная живая сила возникает как следствие падения тела весом  $p$  с высоты  $x$  и равна  $px$ . Действительная живая сила, присущая телу в момент падения с высоты  $x$ , равна  $\frac{1}{2}pv^2$  ( $v$  — скорость в момент падения). Обратим внимание на то, что в выражении живой силы присутствует коэффициент  $\frac{1}{2}$  [5, с. 321], получающийся в результате интегрирования дифференциальной формы закона сохранения живых сил. Для Лейбница и И. Бернулли было важно показать, что живая сила пропорциональна квадрату скорости; Д. Бернулли впервые устанавливает ее точное выражение.

Значение «Гидродинамики» Д. Бернулли значительно шире сферы механики сплошных сред. Здесь не только решается обширный круг задач гидростатики, гидравлики и гидродинамики, но и закладываются основы современной механики жидкости и газа как естественное развитие фундаментальных понятий и принципов классической механики и математического анализа. Именно здесь дается физическое объяснение возможности потери живых сил и, по сути, лейбницев закон сохранения живых сил подменяется значительно более общим законом сохранения, близким к закону сохранения полной механической энергии. Сам автор справедливо отмечал: «... я рассматриваю настоящий трактат скорее как физический, чем как математический» [5, с. 34]. Формирование физических представлений, связанных с проблемами изучения движения и равновесия твердых тел и жидкостей, является одной из крупнейших заслуг Д. Бернулли и важнейшим достижением науки XVIII в.