гом теле», Дарси определяет « ...действие тела вокруг точки как массу, умноженную на скорость и на перпендикуляр, опущенный из точки на направление тела» [120]. Далее он формулирует «общий принцип»: «Любое действие (существующее в Природе в какой-то момент) вокруг данной точки будет произведено в единственном данном теле; количество действия этого тела вокруг этой точки будет всегда одинаковым» [120].

За доказательством этого принципа Дарси отсылает к упоминавшейся работе 1747 г. («Задача динамики...», [119]), где тот же его принцип сформулирован в иных терминах. Действительно, площади указанных там секторов могут быть заменены произведением скоростей на перпендикуляры к их направлениям. На примере задачи об ударе двух тел Дарси показывает аналогичность его принципа *закону сохранения живых сил*. Рассматривая равновесие тел, он демонстрирует свой принцип для задач определения положения центров тяжести, колебаний и удара, для получения законов преломления света. Работа 1752 г. [122] повторяет аргументы Дарси. На публикации Дарси откликнулся швейцарский математик Ж. Л. Бертран[1]. В трудах Берлинской академии за 1753 г. он писал, что принцип наименьшего действия следует «из вычислений г. де Мопертюи, которые он привел для определения закона удара твердых тел. В связи с тем, что г. Дарси далек от признания этих вычислений подозрительными, что, несомненно, означало бы ошибочность принципа Мопертюи, ничего не остается, кроме как признать завышенную очевидность заключения (Дарси. — В. Я.). Г. Дарси должен был подумать о согласовании этого очевидного противоречия, понять, как это возможно, что он и г. де Мопертюи, исходя из принципа наименьшего действия, с помощью сугубо математических преобразований, пришли он — г. Дарси — к абсурду, а г. де Мопертюи — к хорошо известной истине» [260, с. 29].

5.5. Задачи механики в творчестве А. Клеро

Алексис Клеро — один из самых известных ученых Франции XVIII в. В семье парижского профессора математики Жана Клеро[2]

[1] Профессор математики Академии Женевы, член Берлинской академии, ученик Эйлера.

[2] Jean-Baptiste Clairaut (умер в 1765) — корреспондент Берлинской академии, автор нескольких мемуаров по геометрии в «Micsellanea Berolinensia», отец.

был 21 ребенок. Алексис был вторым. Под руководством отца Алексис очень рано обнаружил свой математический талант. В десятилетнем возрасте он читал серьезные математические книги (например, Лопиталя), в двенадцать впервые доложил свой первый мемуар (о четырех алгебраических кривых четвертого порядка[1]) в Парижской академии наук и получил высокую похвалу академиков Николя и Пито. В 1729 г. Клеро представил Академии большой мемуар о кривых двоякой кривизны, получивший восторженную оценку Мэрана, Николя и изданный в Париже в 1731 г. Успех этой книги, ставшей в дифференциальной геометрии классической, позволил ее автору получить в этом же году место адъюнкта Парижской академии. Для этого потребовалось особое разрешение короля, так как Клеро тогда еще не было, положенного по регламенту Академии, двадцати одного года.

Круг научных интересов Клеро был обширен. Но наибольший вклад он внес в развитие дифференциальной геометрии, теории дифференциальных уравнений, интегрального исчисления, астрономии, небесной механики, гидростатики и геодезии. Клеро был участником экспедиции (1736) Мопертюи в Лапландию, в 1743 г. вышла его знаменитая «Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики», в 1752 г. — «Теория движения Луны, выведенная единственно из начала притяжения, обратно пропорционального квадратам расстояний»[2]. Огромную популярность Клеро принесло его сбывшееся предсказание о появлении в 1759 г. кометы 1531, 1607, 1682 гг. («кометы Галлея»). Умер Клеро от оспы в расцвете творческих сил, в зените славы, нескольких дней не дожив до пятидесяти двух лет.

Большинство работ Клеро, в том числе и работы по механике, опубликованы в «Мемуарах» Парижской академии наук. Назовем некоторые из них[3].

Изучение различных колебаний, которые может совершать тело, подвешенное на нити, под действием некоторого импульса (1735) [173].

Решение некоторых проблем динамики (1736) [174].

О центрах колебаний в сопротивляющихся средах (1738) [175].

Физико-математическая проблема (1740) [176].

---

[1] $x^4 = a^2(x^2 + y^2)$; $x^2(x^2 + y^2) = a^4$; $x^2(a^2 - y^2) = a^4$; $x^4 = a^2(x^2 - y^2)$.

[2] «Теория фигуры Земли» была премирована Петербургской академией наук, а ее автор в 1754 г. был избран Почетным членом Академии.

[3] Более подробно об этом пишет Р. Татон [78].

О некоторых принципах, дающих решение множества проблем динамики (1742) [177].

Новое решение некоторых задач маневров кораблей, имеющихся в томе Академии за 1754 год (1760) [178].

Мемуар 1736 г. был доложен Академии в апреле 1735 г., но его публикация задержалась в связи с подготовкой экспедиции в Лапландию. Инициатором работы был Фонтен[1], опубликовавший в «Мемуарах» за 1734 г. статью об определении кривой, описываемой вершиной угла, стороны которого скользят по некоторой заданной кривой [193]. В предисловии автора к мемуару читаем: «Дискуссия о «трактрисе» между г. Фонтеном и мной, длившаяся на протяжении нескольких ассамблей, побудила меня к исследованиям, которые я предлагаю» [174].

Работа посвящена решению семи задач о движении связки двух точек в горизонтальной или вертикальной плоскостях. При этом траектория одной из точек или центра тяжести системы точек считается заданной (прямая, окружность, произвольная плоская кривая), и задача состоит в определении траектории другой точки или обеих точек, когда величины и направления их начальных скоростей заданы. Для решения задач автор использует как традиционные геометрические приемы, так и методы дифференциального исчисления. В основу положен принцип сохранения живых сил[2], который Клеро называет общепринятым, несмотря на дискуссии о сомнительности понятия живой силы.

При изучении движения точек в горизонтальной плоскости их вес компенсируется плоскостью (точнее, ее реакцией), и математическая форма записи принципа (без учета сил трения о плоскость, сопротивления среды) —

$$\sum mv^2 = \mathrm{const}$$

— неизменна со времен Лейбница. Как же записывает Клеро этот принцип для движения точек в вертикальной плоскости? Для задачи типа

[1]Математик, механик, член Парижской академии наук (1733). Корреспондент Берлинской академии (1747). Многие его результаты в теории дифференциальных уравнений, интегральном исчислении, механике предвосхищали работы Эйлера, Клеро, Н. Бернулли, Даламбера, Лагранжа. В 1764 г. он издал в Париже книгу «Математические мемуары ...» [194], в предисловии к которой писал, что свой принцип механики, развитый далее Даламбером, он сформулировал в 1739 г.

[2]Клеро ссылается на работы Д. Бернулли.

двойного маятника (рис. 5.5.1) он записывает:

$$Mv \cdot v + \frac{Pv \cdot v\, dr^2}{ds^2} = 2g(z-b)P + 2g(y-c)M,$$

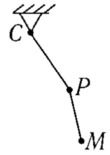

Рис. 5.5.1

где M, P — массы тел; v — скорость точки M; $z-b$ и $y-c$ — вертикальные перемещения точек P и M.

В этом равенстве трудно не узнать *теорему об изменении кинетической энергии*, авторство которой традиционно связывается с именем Лагранжа. Еще раньше Лагранжа эту теорему, как следствие другой теоремы, сформулировал Эйлер [92, с. 123; Предложение 19, Следствие 1] в знаменитой «Механике» 1736 г. Однако Клеро писал свою работу раньше. А переписка Клеро с Эйлером, содержащая 61 письмо, началась с 1741 г. Как уже отмечалось, до Эйлера этим результатом пользовались И. и Д. Бернулли, Вариньон, Лейбниц и Ньютон.

Следует обратить внимание на одну важную деталь. Клеро рассматривает не просто движение двух взаимосвязанных точек, как это делали до него Мопертюи, Буге и Боми. Он изучает поведение одной точки, на которую, говоря современным языком, наложены заданные геометрические связи. Этот подход, встречающийся и в его задачах 3-х и n тел в небесной механике, был важен для создания основ механики несвободного движения точки, системы точек и абсолютно твердого тела в работах Даламбера, для формирования не только статического (связь-опора), но и динамического понятия связи и ее реакции.

В мемуаре «О центрах колебаний...» [175] решается задача определения скорости центра колебаний несгибаемого стержня, нагруженного несколькими точечными массами, совершающего колебания в среде, сопротивление которой является некоторой функцией скорости. Клеро приводит два способа решения, один из которых использует принцип сохранения живых сил.

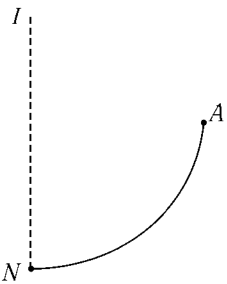

Рис. 5.5.2

Работа 1740 г. («Физико-математическая проблема» [176]) была откликом на задачу профессора математики из Упсала Клингенстьерна, с которым Клеро познакомился во время лапландской экспедиции. Задача состояла в определении такой кривой AN (рис. 5.5.2), по которой точка N, начав движение со скоростью v, равной скорости падения с высоты IN ($IN = NA$), достигнет точки A. Сопротивление среды считается пропорциональным квадрату скорости.

Последняя из названных работ (1760, [178]) затрагивает актуальную проблему управления парусными судами. Клеро дает оценку уже упоминавшемуся мемуару Буге 1754 г. и приводит некоторые новые доказательства его результатов. Он пишет: «...то, что геометрия должна перенять из механики, я нашел в мемуаре Буге; убежден, что этот знаменитый геометр, рассуждая о принципах управления кораблями, выбрал из них самые удобные для использования на практике» [178].

Важнейшими научными проблемами XVIII в. были задачи небесной механики, теоретическое решение которых могло быть подвергнуто астрономической проверке. Это был строгий экзамен теоретических основ механики, а их решение всегда было связано с использованием одного из важнейших достижений «Начал» Ньютона — закона всемирного тяготения. Ньютоновская теория движения Луны, по мнению Клеро, противоречила наблюдениям и это побудило его, Даламбера и Эйлера основательно заняться этой проблемой. В 1743 г. Клеро опубликовал в «Мемуарах» свою первую работу «Об орбите Луны в системе Ньютона», получившую продолжение в 1745 г. под заголовком «О системе мира по принципам всемирного тяготения».

Отдавая дань уважения заслугам Ньютона в механике, в том числе в небесной механике, в мемуаре 1745 г. Клеро делает попытку уточнения закона всемирного тяготения на примере решения задачи трех тел: Солнце, Земля, Луна. Суть уточнения Клеро состоит в предложении о добавлении к силе, обратно пропорциональной (по Ньютону) квадрату расстояния между телами, некоторого слагаемого, обратно пропорционального 4-й или 3-й степени расстояния. В том же томе «Мемуаров» опубликована большая статья Даламбера «Общий метод определения орбит всех планет с учетом их взаимодействия»[1] [118], написанная независимо от результатов Клеро, но подтверждающая его выводы. Свои соображения о теории Клеро в том же томе опубликовал Бюффон[2], выступивший против усложнения стройной теории

[1]Отметим, что в основу своей теории Даламбер положил уравнение $v\,dv = = -\left(\frac{Fa \cdot a}{x \cdot x} + \varphi\right)dx + \frac{\pi \cdot x \cdot \xi}{a}$, выражающее современную теорему об изменении кинетической энергии.

[2]Известный ботаник, автор нескольких работ по математике и теории тяготения, член Парижской академии наук с 1733 г.

Ньютона. («Рассуждения о законе притяжения», [153]). Заканчивается том 1745 г. дискуссией между Клеро и Бюффоном по теории всемирного тяготения и теории движения Луны, в которой каждый из авторов настаивает на своем мнении. Но независимо от мнений, эта последовательность утверждений, возражений, математических выкладок и разъяснений привлекла к публикациям Клеро, Даламбера и Бюффона пристальное внимание многих европейских ученых и способствовала бурному развитию небесной механики, триумфально продолженному Лапласом.

Подводя итоги вклада Клеро в развитие механики первой половины XVIII в., можно сделать вывод о том, что он был одним из главных «проводников» идей ньютонианской механики во Франции, одним из первых создателей теории дифференциальных уравнений для задач классической и небесной механики, предвестником динамических взглядов и методов Даламбера.

5.6. «Динамика» Ж. Л. Даламбера

Жан Лерон Даламбер, как и Клеро, был одним из наиболее выдающихся ученых XVIII в. Работы по математике, классической и небесной механике, гидродинамике, философии, истории, литературе, участие в издании «Энциклопедии» принесли ему мировую известность.

Биография знаменитого ученого начиналась весьма драматично. В возрасте грудного ребенка он был оставлен родителями[1] на ступенях церкви Сан-Жан-Лерон монастыря Нотр-Дам в Париже. Подобравшие младенца стекольщик Руссо и его жена и стали его приемными родителями. С четырех до десяти лет Жан Лерон воспитывался в пансионате, с тринадцати лет учился в коллеже Мазарини, где получил хорошее гуманитарное образование и фамилию Даламбер (d'Alembert). В 1735 г. он становится магистром искусств, в 1739 г. — адвокатом. Интерес к математике, по-видимому, был «велением времени», и математическое образование он получал самостоятельно. В 1741 г. он избран адъюнктом (астрономом), а в 1746 г. — ассоциированным (геометром) членом Академии наук, в 1754 г. — членом Французской академии,

[1] Мать — К. де Тансен, хозяйка одного из популярных парижских салонов, отец — шевалье Детуш (Destouches), комиссар артиллерии. Отец, а после его смерти, дед оказывали своему сыну и внуку материальную помощь. После смерти деда Даламбер получал ренту в 1200 ливров.