

### § 49. Механические свойства твердых тел. Упругость. Прочность

Изображенная на рис. 3.54 зависимость потенциальной энергии  $U(r)$  взаимодействия соседних атомов в кристаллической решетке определяет, в соответствии с определениями § 6, силовую характеристику этого взаимодействия:

$$dU = -dA = -f dr \quad \text{и} \quad f(r) = -\frac{dU}{dr}. \quad (49.1)$$

Примерный график этой зависимости изображен на рис. 3.59. Силы притяжения направлены против радиуса и поэтому считаются отрицательными, а силы отталкивания — положительными. При  $r = r_0$  потенциальная энергия имеет минимум, а ее производная

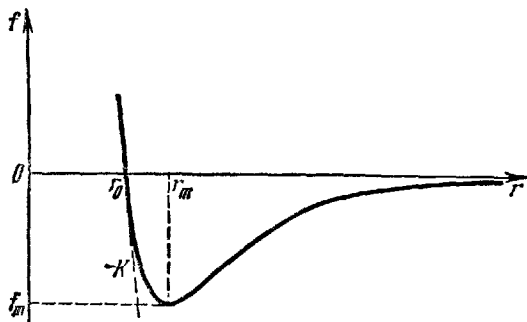


Рис. 3.59.

$f(r_0) = 0$ . Таким образом, расстояние  $r = r_0$  соответствует равновесию атомов, при котором сила их взаимодействия обращается в нуль. При удалении до  $r > r_0$   $f(r) < 0$ , т. е. возникает сила притяжения, возвращающая атомы в положение равновесия. При сближении до  $r < r_0$   $f(r) > 0$ , т. е. превалируют силы отталкивания, также возвращающие атомы в положение равновесия, которое, следовательно, является *устойчивым*. При малых относительных деформациях,  $|\Delta r| = |r - r_0| \ll r_0$ , в ту и другую сторону криволинейную зависимость  $f$  от  $r$  можно практически заменить прямой линией, показанной на рис. 3.59 пунктиром. Наклон этой касательной к кривой

$$\frac{\Delta f}{\Delta r} = \left(\frac{df}{dr}\right)_{r=r_0} = -K \quad (49.2)$$

зависит от конкретного вида закона взаимодействия атомов данного вещества. Следовательно, при малых смещениях атома из положения равновесия на него будет действовать сила

$$f(r) = f(r_0) + \Delta f = 0 + \Delta f = -K \Delta r, \quad (49.3)$$

под действием которой он должен будет возвратиться в положение равновесия.

Рассмотрим стержень длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$  (рис. 3.60). Мысленно расчленим его на ряд параллельных цепочек атомов. Число этих цепочек, приходящихся на единицу поперечного сечения, обозначим через  $n_0$ . При диаметрах атомов  $d$  площадь, занимаемая одним атомом в сечении,  $\approx d^2$  и  $n_0 \approx 1/d^2$ . Если стержень равномерно растянут на длину  $\Delta l \ll l$ , то расстояние между каждой парой соседних атомов удлинится на пропорциональную величину  $\Delta r = \frac{\Delta l}{l} r_0$ . Вдоль каждой цепочки появятся препятствующие этому силы (49.3) и во всем сечении возникнет упругая сила

$$F_{\text{упр}} = f n_0 S = -K n_0 r_0 \frac{\Delta l}{l} S, \quad (49.4)$$

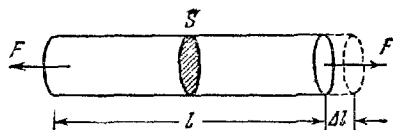


Рис. 3.60.

стремящаяся вернуть стержень в исходное состояние. Для удержания стержня в растянутом состоянии к нему следует приложить точно такую же положительную силу  $F = -F_{\text{упр}}$ . Входящий в (49.4) коэффициент пропорциональности

$$K n_0 r_0 = E$$

называется модулем Юнга (для растяжения  $\Delta l > 0$  и сжатия  $\Delta l < 0$ ), а само соотношение выражает известный закон Гука

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l}, \quad (49.5)$$

относительное удлинение  $\Delta l/l$  прямо пропорционально приложенному напряжению (т. е. растягивающему усилию на единицу площади  $\sigma = F/S$ ).

По самому смыслу приведенного вывода очевидно, что применимость этого закона ограничена условием малости относительных деформаций:

$$\frac{|\Delta r|}{r_0} = \frac{|\Delta l|}{l} \ll 1. \quad (49.6)$$

При удлинении атомных цепочек расстояния между атомами вдоль цепочек возрастают. При этом изменяется взаимодействие между соседними цепочками и они несколько сближаются друг с другом. Поэтому при растяжении стержня его поперечные размеры несколько уменьшаются, в первом приближении также прямо пропорционально напряжению  $\sigma$ .

Величина модуля упругости  $E$  различна для разных веществ. В монокристаллах вследствие их анизотропии значение  $E$  существ-

венно зависит от направления деформации по отношению к осям кристаллической решетки. В поликристаллических телах отдельные соседние микросталлы («зерна») ориентированы самым беспорядочным образом и модуль  $E$  для всего тела имеет вполне определенное среднее значение, одинаковое для всех направлений. Для стали величина  $E$  достигает  $2 \cdot 10^8$  кгс/см<sup>2</sup>  $\approx 2 \cdot 10^{12}$  дин/см<sup>2</sup> =  $2 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup> =  $2 \cdot 10^{11}$  Па.

Из рис. 3.59 видно, что при больших деформациях удлинение  $\Delta r$  растет быстрее, чем сила  $f$ , что обуславливает отклонение от закона Гука. При некотором вполне определенном расстоянии  $r_m$  между атомами сила притяжения принимает наибольшее возможное значение  $|f_m|$ . При дальнейшем растяжении тела силы взаимодействия между его атомами *падают* и уже не могут уравновесить первоначально приложенную нагрузку, и должен наступить *разрыв* образца. Из графика можно определить критическое разрывное напряжение для данного вещества

$$\sigma_{кр} = |f_m| / n_0 \quad (49.7)$$

Для простейших ионных кристаллов величина  $\sigma_{кр}$  была оценена теоретически. Опыт, однако, показал, что разрыв кристалла наступает при значениях  $\sigma$ , раз в 400 меньших, чем теоретически вычисленные. Одна из причин такого резкого понижения прочности

реальных тел по сравнению с теоретической была объяснена А. Ф. Иоффе.

На поверхности твердого тела всегда имеются макроскопические трещины, неоднородности и другие дефекты. У краев этих трещин происходит концентрация напряжений, в результате которой трещины углубляются и в конечном счете прорастают сквозь образец, разрывая последний.

Для проверки этого предположения А. Ф. Иоффе поставил следующий опыт. Кристалл каменной соли был погружен одним концом в воду (рис. 3.61), которая непрерывно растворяла его поверхностный слой, содержащий макротрещины. В результате растворения поперечное сечение участка образца, погруженного в воду, сильно уменьшалось. Когда к такому растворяющемуся кристаллу был подвешен значительный груз, то образец разорвался не в тонком месте, а в широком сечении на воздухе, где оставался нарушенный поверхностный слой.

Помимо таких поверхностных нарушений, в реальных кристаллах, как указывалось выше в § 48, существуют многочисленные внутренние дефекты — блочная структура, дислокации. При приложении внешней нагрузки около них также возникает концентрация напряжений, приводящая к росту и размножению этих нару-

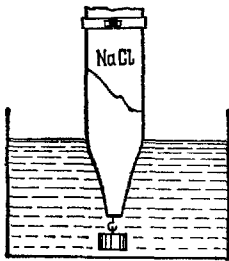


Рис. 3.61.

шений, что и облегчает разрыв образца. И действительно, когда стало возможным выращивать тонкие нитевидные почти бездефектные монокристаллы, то их прочность на разрыв приблизилась к теоретической.

Инженерный опыт уже давно показал, что разрывное напряжение  $\sigma_{кр}$  не является вполне определенной величиной и зависит от температуры, а также от длительности и повторяемости нагрузки. Исследуя эти зависимости, С. Н. Журков предложил заменить понятие прочности, характеризуемой некоторой цифрой  $\sigma_{кр}$ , понятием долговечности «жизни» образца под нагрузкой до момента его разрыва. Количественная характеристика долговечности — время  $\tau_{кр}$  до разрыва — является сложной функцией от напряжения  $\sigma$  и абсолютной температуры  $T$ . Как показано на рис. 3.62, зависимость  $\tau_{кр}$  от  $\sigma$  очень крутая; сравнительно небольшое увеличение напряжения приводит к резкому сокращению долговечности.

Согласно развиваемой С. Н. Журковым кинетической теории прочности твердых тел, нагруженный образец рвется за счет хаотического теплового движения. Непрерывно возникающие, как это было описано в предыдущем параграфе, дефекты кристаллической решетки уже не рассасываются, а начинают скапливаться, образуя микроскопические, а затем и макроскопические разрывы в образце. Чем выше температура  $T$  и больше приложенная нагрузка  $\sigma$ , тем быстрее накапливаются эти нарушения и тем раньше рвется образец.

Для пояснения механизма этих процессов и закономерностей используем графики (рис. 3.54 и 3.59) потенциальных и силовых взаимодействий между атомами и рассмотрим, какие изменения следует внести в эти кривые при наличии внешних растягивающих сил. Если стержень, изображенный на рис. 3.60, растягивать приложенными к обоим концам силами  $F$ , то каждая пара соседних атомов вдоль цепочки будет растягиваться силами  $f_{\sigma} = \frac{F}{n_0 S} = \frac{\sigma}{n_0}$ . Эти внешние положительные силы добавятся к силам взаимодействия, и полная сила, действующая между атомами, будет уже равна

$$f_{\text{полн}} = f(r) + \frac{\sigma}{n_0}. \quad (49.8)$$

График этой зависимости  $f_{\text{полн}}$  от  $r$ , изображенный на рис. 3.63, отличается от графика рис. 3.59 тем, что вся кривая поднята на

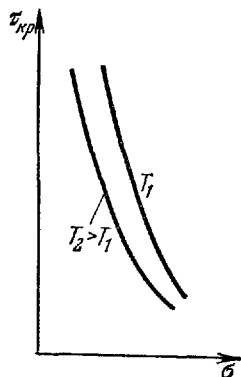


Рис. 3.62.

величину  $\sigma/n_0$ . Благодаря этому, в отличие от ненагруженного тела, эта кривая пересекает ось абсцисс уже в двух точках, что соответствует двум возможным положениям равновесия, при которых действующая между соседними атомами суммарная сила обращается в нуль. Левая точка пересечения по-прежнему соответствует положению устойчивого равновесия, когда благодаря растягивающим усилиям равновесное расстояние между атомами возрастает на некоторую небольшую величину

$$\Delta r = \frac{f_\sigma}{K} = \frac{\sigma}{Kn_0} = r_0 \frac{\sigma}{E}. \quad (49.9)$$

Вторая, правая точка пересечения суммарной кривой с осью абсцисс при  $r = r^*$  соответствует теперь неустойчивому равновесию. При  $r < r^*$  преобладают силы притяжения и атомы сближаются до расстояния  $r_0 + \Delta r$ , соответствующего левой точке

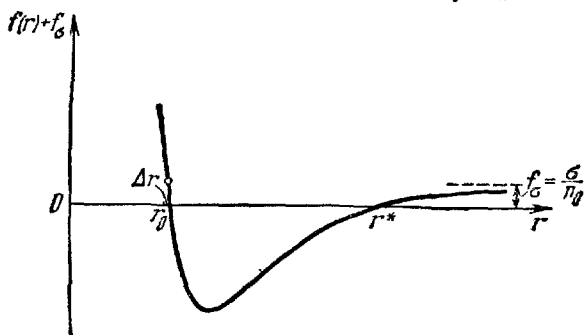


Рис. 3.63.

устойчивого равновесия. Если же расстояние между атомами почему-либо станет больше  $r^*$ , то начнет преобладать действие растягивающих усилий  $f_\sigma$  и атомы будут расходиться друг от друга до бесконечности.

Наличие растягивающих усилий  $f_\sigma$  изменит и кривую потенциальной энергии. Изменение последней  $\Delta U$ , в соответствии с определением (6.5), может быть рассчитано по работе, совершаемой силой  $f_\sigma$  при растяжении от равновесного расстояния  $r_0$  до данного значения  $r$ . Считая внешнее усилие  $f_\sigma$  не зависящим от  $r$ , получаем

$$\Delta U = -\Delta A = -f_\sigma (r - r_0). \quad (49.10)$$

На графике рис. 3.64 тонкой линией проведена кривая зависимости  $U(r)$  для межатомного взаимодействия, которая уже была изображена на рис. 3.54. Пунктиром на рис. 3.64 изображена наклонная прямая (49.10) добавочной потенциальной энергии  $\Delta U$ . Получившаяся при сложении этих кривых зависимость суммарной энергии

$$U(r) + \Delta U(r) = U(r) - f_\sigma (r - r_0) \quad (49.11)$$

изображена на том же графике жирной линией. *Левой* точке устойчивого равновесия сил соответствует *минимум* потенциальной кривой, немного сдвинутой относительно первоначального, когда  $\sigma = 0$ . *Правой* же точки неустойчивого равновесия сил соответствует *максимум* потенциальной кривой при  $r = r^*$ .

Образовавшийся таким образом гребень потенциальной энергии разделяет собой две области возможных состояний. Слева от него находятся состояния, при которых атомы остаются связанными в слегка растянутой кристаллической решетке. Справа же от гребня находятся состояния, при которых эти связи разрываются за счет работы внешних растягивающих усилий. Благодаря работе, совершаемой последними при растяжении, состояние тела с разорванными связями всегда имеет более низкую потенциальную энергию,

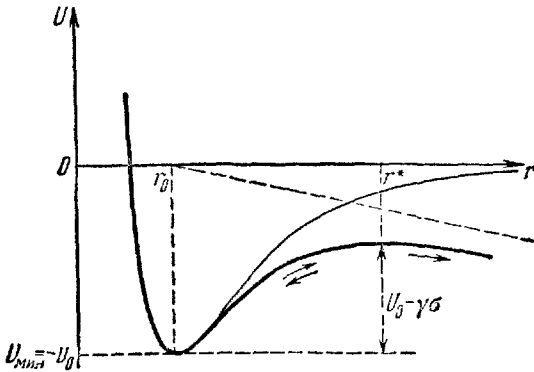


Рис. 3.64.

т. е. энергетически выгоднее состояния, в котором атомы связаны с кристаллической решеткой. Для перехода из связанного в разорванное состояние атому необходимо лишь преодолеть энергетический барьер  $U_{\max} - U_{\min}$ , аналогичный энергии активации при химических реакциях. Как видно из рис. 3.64, при не слишком малых напряжениях величина  $r^*$  сравнительно медленно изменяется с ростом  $\sigma$ , высота энергетического барьера примерно линейно изменяется с напряжением и

$$U_{\max} - U_{\min} \approx U_0 - (r^* - r_0) \frac{\sigma}{n_0} = U_0 - \gamma\sigma. \quad (49.12)$$

Коэффициент пропорциональности  $\gamma \approx \frac{r^* - r_0}{n_0} \approx (r^* - r_0) d^2 \approx \approx d^3$ , т. е. порядка объема атома  $\approx 10^{-23}$  см<sup>3</sup>.

Благодаря хаотичности теплового движения время от времени на данной связи может концентрироваться кинетическая энергия, достаточная для преодоления барьера, и связь разрывается. Как

указывалось в предыдущем параграфе, величиной энергетического горба определяется среднее время этого перехода. Аналогично (48.6) оно должно составлять

$$\tau_{кр} \approx \tau_0 e^{\frac{U_0 - \gamma\sigma}{kT}}. \quad (49.13)$$

В ненагруженном образце сорванный со своего места атом обладал избыточной потенциальной энергией и в конце концов вновь занимал равновесное положение. В отличие от этого, в нагруженном образце атом, «взобравшийся» на вершину потенциального барьера

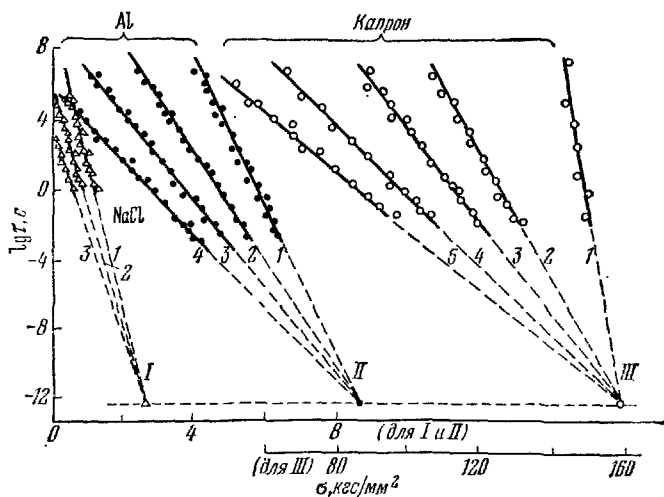


Рис. 3.65.

(рис. 3.64), «скатывается» с него по указанной на рисунке стрелке вправо, где его потенциальная энергия снижается, и не возвращается обратно. Количество разорванных связей нарастает, и образец рвется в том месте, где эти микроскопические разрывы скапливаются. Таким образом, величину (49.13) можно отождествить с долговечностью образца при данной нагрузке  $\sigma$  и температуре  $T$ .

Из (49.13) следует, что при абсолютном нуле температуры ( $T = 0$ )  $\tau_{кр} \rightarrow \infty$ .

В отсутствие теплового движения нагруженный образец должен только растягиваться и не рваться, пока не будет достигнута нагрузка  $\sigma_{кр} = \frac{|f_m|}{n_0}$ , соответствующая теоретической прочности материала. При очень малых напряжениях приближенная зависимость (49.13) перестает быть справедливой ввиду роста ширины

энергетического барьера и долговечность с уменьшением нагрузки должна возрастать еще быстрее, так чтобы в пределе  $\sigma = 0$ , т. е. для ненагруженного образца,  $\tau_{кр} = \infty$ .

Если прологарифмировать равенство (49.13), то

$$\ln \tau_{кр} = \ln \tau_0 + \frac{U_0}{kT} - \frac{\gamma}{kT} \sigma = A - B\sigma, \quad (49.14)$$

т. е. логарифм долговечности должен линейно уменьшаться с напряжением. Для каждой температуры эти прямые в координатах  $\ln \tau_{кр} - \sigma$  должны иметь различный наклон  $B = \gamma/kT$  и при своем продолжении должны пересекаться в одной точке с координатами  $\sigma = U_0/\gamma$  и  $\tau = \tau_0$ .

Этот качественный вывод довольно хорошо подтверждается на опыте. На рис. 3.65 приведены в полулогарифмических координатах результаты измерений долговечности при одноосной нагрузке для представителей трех типов кристаллических веществ — неорганического соединения, металла и органического полимера — при нескольких температурах. Для каждого вещества пучки прямых (49.14) сходятся к одной точке  $\tau = \tau_0 \approx 10^{-13}$  с, т. е. времени порядка одного периода колебания атома (иона, молекулы) в кристаллической решетке. Величины  $U_0$  для каждого вещества близки к теплотам сублимации, т. е. отрыва атома от всех окружающих его соседей. Коэффициенты пропорциональности  $\gamma$  имеют порядок величины  $(1 \div 100) \cdot 10^{-23}$  см<sup>3</sup>. В поликристаллических и подвергнутых сильной механической обработке образцах, по-видимому, благодаря неравномерности распределения напряжения и локальным его концентрациям величина  $\gamma$  повышается по сравнению с монокристаллом.